



Модуль 2.

Лекция 3

Порядок статистической обработки и анализа результатов эксперимента .

- Статистическая проверка гипотез о свойствах эксперимента.
- Порядок первичной обработки и анализа результатов эксперимента.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ О СВОЙСТВАХ ЭКСПЕРИМЕНТА



*Все эксперименты проводятся для того, чтобы дать фактам
возможность опровергнуть нулевую гипотезу.*

Р. Фишер.

ВОЗМОЖНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ ГИПОТЕЗ

		Гипотеза H_0 согласно критерию	
		Принимается	Отвергается
Гипотеза H_0 на самом деле	Верна	Правильное решение $P(H_0 H_0) = 1 - \alpha$	Ошибка первого рода $P(H_1 H_0) = \alpha$ Где α - уровень значимости
	Не верна	Ошибка второго рода $P(H_0 H_1) = \beta$	Правильное решение $P(H_1 H_1) = 1 - \beta$ Где $1 - \beta$ - мощность критерия

ПРИМЕР

Основная гипотеза

H_0 : «Среди результатов наблюдений нет выбросов (грубых ошибок)»

Альтернативная гипотеза

Либо H_1 : «Среди результатов наблюдений есть только одна грубая ошибка»,

Либо H_1 : «Среди результатов наблюдений есть две или более грубых ошибок».

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ О СВОЙСТВАХ ЭКСПЕРИМЕНТА



ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ ОБ ОДНОРОДНОСТИ ДВУХ СРЕДНИХ ЗНАЧЕНИЙ В ДВУХ НОРМАЛЬНО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СОВОКУПНОСТЯХ

$$t \leq t_{кр}$$

$$t = \frac{|\bar{x}_2 - \bar{x}_1|}{s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$$

$$t_{кр}(\alpha, f)$$

$$S_{1,2} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}}$$

$$s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = S_{1,2} \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}}$$

Число
степеней
свободы f

Уровень значимости α

$f \backslash \alpha$	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999
1	3,078	6,314	12,71	31,82	63,66	318,3
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,33
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,21
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,500	4,785
8	1,397	1,860	2,306	2,897	3,355	4,501
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297
10	1,372	1,813	2,228	2,764	3,169	4,144
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930
14	1,345	1,761	2,145	2,625	2,977	3,787
16	1,337	1,750	2,120	2,584	2,921	3,686
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,611
20	1,325	1,725	2,088	2,528	2,845	3,557

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ О СВОЙСТВАХ ЭКСПЕРИМЕНТА



ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ ОБ ОДНОРОДНОСТИ ДВУХ СРЕДНИХ ЗНАЧЕНИЙ В ДВУХ НОРМАЛЬНО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СОВОКУПНОСТЯХ (продолжение)

ПРИМЕР 1

Оцените расхождение средних значений сопротивлений между двумя партиями резисторов.

ПРИМЕР 2

Определить правильность настройки на величину 1000 Ом установки для нанесения резисторов.

ПРИМЕР 3

Определите границы существования истинного значения математического ожидания для выборки, в которую входят результаты замеров представленных партий резисторов при доверительной вероятности 0,95.

ПРИМЕР 4

Определите наличие грубых ошибок в общей выборке, состоящей из замеров представленных партий резисторов .

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ О СВОЙСТВАХ ЭКСПЕРИМЕНТА



ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ ОБ ОДНОРОДНОСТИ ДИСПЕРСИЙ В ДВУХ НОРМАЛЬНО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СОВОКУПНОСТЯХ

$$F \leq F_{кр}$$

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

$$F_{кр}(\alpha, f_1, f_2)$$

ПРИМЕР.

Определите, одинакова или различна точность замеров двух партий резисторов.

Число степеней свободы f_2	Число степеней свободы f_1									
	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	238,9	243,9	249,0	254,3
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,557	9,277	9,117	9,013	8,941	8,845	8,744	8,638	8,526
4	7,709	6,944	6,591	6,388	6,256	6,163	6,041	5,912	5,774	5,628
5	6,608	5,786	5,409	5,192	5,050	4,950	4,818	4,678	4,527	4,365
6	5,987	5,143	4,757	4,534	4,387	4,284	4,147	4,000	3,841	3,669
7	5,591	4,737	4,347	4,120	3,972	3,866	3,726	3,575	3,410	3,230
8	5,318	4,459	4,066	3,838	3,688	3,581	3,438	3,284	3,115	2,928

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ О СВОЙСТВАХ ЭКСПЕРИМЕНТА



ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ ОБ ОДНОРОДНОСТИ ДИСПЕРСИЙ В НЕСКОЛЬКИХ НОРМАЛЬНО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СОВОКУПНОСТЯХ

$$G \leq G_{кр}$$

$$G = \frac{\max_j S_j^2}{\sum_{j=1}^N S_j^2}$$

$$G_{кр}(N, n)$$

ПРИМЕР.

Определите, одинакова или различна точность замеров нескольких (трех) партий резисторов.

Число выборок, N	Число элементов выборки, n										
	1	2	3	4	5	6	8	10	16	36	∞
2	9985	9750	9392	9057	8772	8534	8159	7880	7341	6602	5000
3	9669	8709	7970	7454	7071	6771	6333	6025	5466	4748	3333
4	9065	7679	6841	6287	5895	5598	5175	4884	4366	3720	2500
5	8412	6838	5981	5441	5065	4783	4387	4118	3645	3066	2000
6	7898	6161	5321	4803	4447	4184	3817	3568	3135	2612	1667
7	7271	5612	4800	4307	3974	3726	3384	3154	2756	2278	1429
8	6798	5157	4377	3910	3595	3362	3043	2829	2462	2022	1250
9	6385	4775	4027	3584	3276	3067	2768	2568	2226	1820	1111
10	6020	4450	3733	3311	3029	2823	2541	2353	2032	1655	1000

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ О СВОЙСТВАХ ЭКСПЕРИМЕНТА



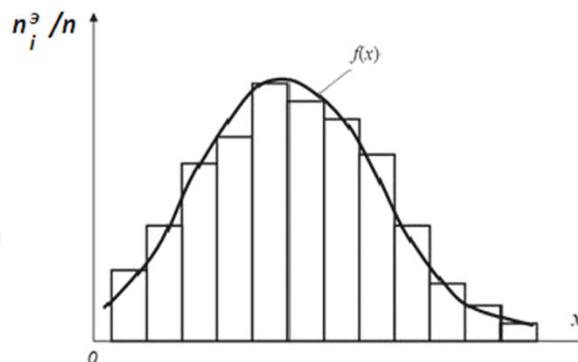
ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ О СООТВЕТСТВИИ ЭМПИРИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАКОНУ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

$$\chi^2 \leq \chi^2_{кр}$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i^{\text{э}} - np_i)^2}{np_i}$$

$$\chi^2_{кр}(\alpha, f)$$

$$p_i = \Phi\left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_{i-1} - \bar{x}}{\sigma}\right)$$



Число степеней свободы f .	Уровень значимости α		
	0,05	0,025	0,01
1	3,841	5,024	6,635
2	5,991	7,378	9,210
3	7,815	9,348	11,345
4	9,488	11,143	13,277
5	11,071	12,833	15,086
6	12,592	14,449	16,812
7	14,067	16,013	18,475

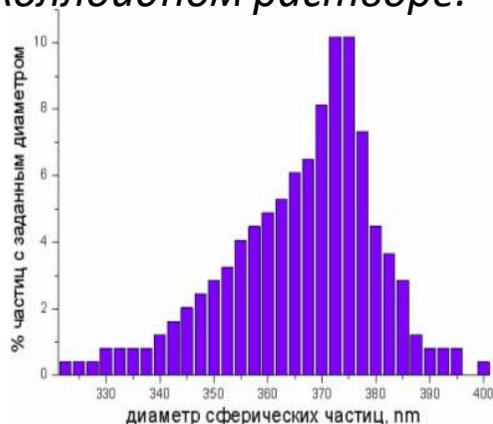
ПОРЯДОК ПЕРВИЧНОЙ ОБРАБОТКИ И АНАЛИЗА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА



1. Проверить результаты измерений на наличие грубой ошибки.
2. Построить производственное распределение параметров технологического процесса:

ПРИМЕР

Распределение по размерам микросфер диоксида кремния в коллоидном растворе.



- 2.1. определить максимальное и минимальное значения выборки из n элементов;
- 2.2. определить количество интервалов k в диапазоне изменения случайной величины в выборке по полуэмпирической формуле $k = 1 + 3,322 \lg n$,
- 2.3. определить длину каждого интервала и распределить в интервалы данные;
- 2.4. определить количество элементов выборки n_i , попавших в каждый интервал, и относительную частоту попадания случайной величины в соответствующий интервал $p_i = n_i / n$;
- 2.5. построить производственное распределение параметра технологического процесса (гистограмму).

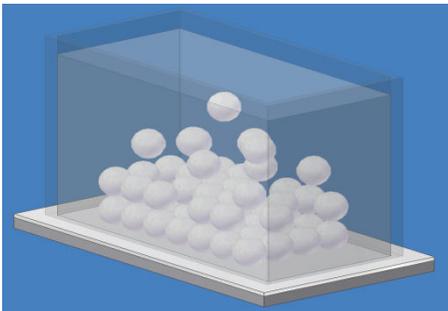
ПОРЯДОК ПЕРВИЧНОЙ ОБРАБОТКИ И АНАЛИЗА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА (продолжение)



3. Проверить гипотезу о нормальности производственного распределения по критерию Пирсона.
4. Вычислить статистические характеристики производственного распределения:

ПРИМЕР

Истинное значение диаметра микросфер диоксида кремния с надежностью 95% находится в следующих доверительных границах: $347 \text{ нм} \leq M(x) \leq 389 \text{ нм}$



4.1. определить выборочные статистические характеристики.

4.2. определить величину доверительного интервала:

$$\bar{x} - t_{кр} \sqrt{\frac{s^2}{n}} \leq M(x) \leq \bar{x} + t_{кр} \sqrt{\frac{s^2}{n}}$$